

ZOBEČNĚNÝ TELLEGENŮV PRINCIP A JEHO APLIKACE V LINEÁRNÍCH, NELINEÁRNÍCH A CHAOTICKÝCH SYSTÉMECH

Milan Štork¹, Daniel Mayer²

¹Katedra aplikované elektroniky a telekomunikací, Fakulta elektrotechnická ZČU/RICE, Plzeň, stork@kae.zcu.cz

²Katedra teoretické elektrotechniky, Fakulta elektrotechnická ZČU, Plzeň, mayer@kte.zcu.cz

Abstrakt

Článek se zabývá novým přístupem k řešení systémů z oblasti striktně kauzálních reprezentací, založeném na fyzikální korektnosti. Popsané řešení problému je založeno na zobecnění Tellegenova přístupu, dobře známého z elektrotechniky. Novinkou tohoto přístupu je, že je založen na abstraktní stavové energii. Lze jej použít pro reálné lineární, nelineární a chaotické systémy, např. elektrické obvody, ale také všechny systémy, které lze popsat stavovými rovnicemi. Výsledkem jsou matematicky i fyzicky korektní výsledky. V článku jsou řešeny různé typy základních systémů. Vše je doplněno řešenými příklady.

Klíčová slova: Chaotické systémy, nelineární systémy, simulace, stavová energie, Tellegen

Abstract

The paper deals with a new solution of systems from the area of strictly causal representations, based on physical correctness. The proposed approach is based on the generalization of Tellegen's theorem, which is well-known from electrical engineering. The novelty of this approach is that it is based on the abstract state-space energy. It can be used for existing linear, nonlinear, and chaotic systems of not only electrical nature but for any systems that can be described by state equations. Consequently, mathematically as well as physically correct results are obtained. Various basic systems are analyzed in the paper. The solved examples are also included.

Keywords: Chaotic systems, nonlinear systems, Simulation, state space energy, Tellegen

1 Úvod

Existují dva základní přístupy při modelování systémů. První z nich spočívá v použití matematického přístupu a fyzikálních nástrojů, např. vztahy energetické rovnováhy atd., tak aby bylo správně popsáno chování systému. To se úspěšně používá v mnoha vědních a inženýrských oborech. Existují však i situace, kdy fyzikální zákony nejsou známy nebo nemohou být vyjádřeny ve správné matematicky přesné podobě. V takovém případě může být použit jiný přístup k modelování systému. Je založen na identifikačních metodách, které jsou odvozeny na základě experimentálně získaných dat [1, 2]. Metody lze rozdělit na dvě skupiny: parametrické a neparametrické. Pokud se nepředpokládají žádné předchozí informace o struktuře systému, použijí se pro identifikaci systému neparametrické metody. Na druhou stranu, v případě, že je známa fyzická struktura vyšetřovaného systému, lze použít parametrické metody a následně by se měly očekávat přesnější výsledky [3]. Hlavním cílem příspěvku je formulovat základní problém fyzikální správnosti systémových reprezentací problému a navrhnout možné řešení. Hlavním předpokladem použité metody je to, že jakákoliv fyzikálně správné modelování systému by nemělo být v rozporu nejen s naměřenými daty, ale také se zásadou zachování energie. Ukazuje se, že zavedení principu kauzálního systému a energetického přístupu jako jedním z hlavních atributů reprezentace se zdá být nejpřirozenějším způsobem [4, 5]. V článku jsou uvedeny příklady lineárního, nelineárního a chaotického systému.

2 Tellegenův teorém

Abychom vysvětlili základní rysy Tellegenova teorému [6], předpokládá se libovolně propojená elektrická síť s n komponenty, kde jsou zvoleny směry pro větvová napětí v_k a proudy i_k . Kirchhoffovy zákony jsou dány následujícími rovnicemi:

$$Ai(t) = 0; \quad Bv(t) = 0, \quad (1)$$

kde A je uzlová incidenční matrice a B je smyčková incidenční matrice a proudy $i(t)$ a napětí $v(t)$ jsou definovány dle vztahu

$$i(t) = [i_1(t), i_2(t), \dots, i_n(t)]^T; \quad v(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_n(t)]^T. \quad (2)$$

Nechť vektory $i(t)$, $v(t)$ jsou prvky Euklidovského prostoru E_n . Pak vnitřní součin je dán vztahem

$$\langle i(t), v(t) \rangle = \sum_{k=1}^n i_k(t) v_k(t). \quad (3)$$

Nechť I je řada vektorů $i(t)$ a V řada vektorů $v(t)$ splňujících podmínku rovnice (1).

Teorém 1: (Tellegenův teorém – pro elektrické obvody)
Jestliže $i(t) \in I$ a $v(t) \in V$, pak platí

$$\langle i(t), v(t) \rangle = 0. \quad (4)$$

Je třeba si uvědomit blízký vztah mezi fyzikální korektností a Tellegenovou větou. Důležité je připomenout, že větve proudů \bar{I} a napětí \bar{V} jsou libovolně zvoleny v souladu s Kirchhoffovými zákony. Znamená to, že je možné zvolit různé soustavy proudů a větvoových napětí vyhovujících vztahům

$$\langle \bar{i}(t), \bar{v}(t) \rangle = 0, \quad \bar{i}(t) \in \bar{I}, \quad \bar{v}(t) \in \bar{V}. \quad (5)$$

Toto je důležité pro zavedení ekvivalentních transformací systémů, na kterých je zobecněný Tellegenův přístup založen [7, 8].

2.1 Zobecněný Tellegenův teorém

Předpokládejme reprezentaci $R(S)$ systému S ve tvaru

$$R(S): \frac{dz(t)}{dt} = f[z(t), u(t)], \quad (6)$$

kde $z(t) \in Z$ je stav, $Z \subset R^n$ je hladká množina a $f: Z \rightarrow R^n$ je hladké vektorové pole parametrizované vstupem $u(t)$. Nechť $E: Z \rightarrow R$ je hladké skalární pole. Je dobře známo, že Lieovy derivace skalárního pole E vzhledem k vektorovému poli f jsou definovány dle [9, 10]

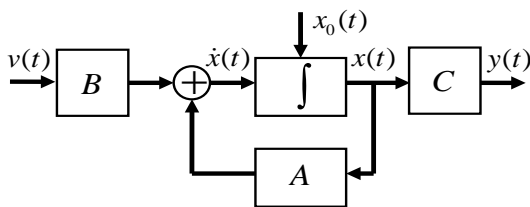
$$\begin{aligned} L_f \{E[z(t)]\} &= \langle dE[z(t)], f[z(t), u(t)] \rangle \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial E[z(t)]}{\partial z_i(t)} f_i[z(t), u(t)] \end{aligned} \quad (7)$$

Teorém 2: Zobecněný Tellegenův přístup

$$\begin{aligned} \exists E, f, E[z(t)] &= \sum_{i=1}^n E_i[z_i(t)], \\ \frac{dz(t)}{dt} &= f[z(t), u(t)]; L_f \{E[z(t)]\} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

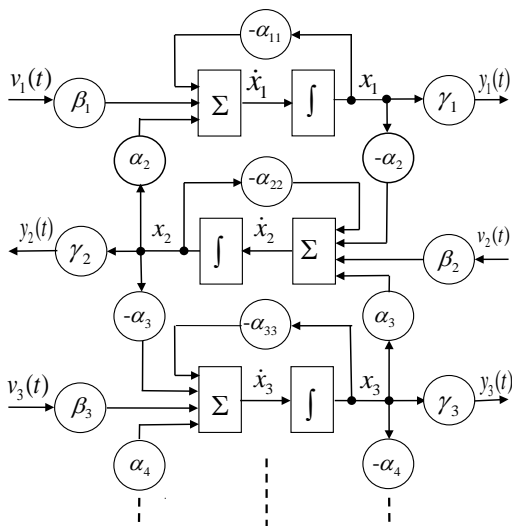
Existuje transformace systému $z(t) \rightarrow x(t)$ (ekvivalentní stavová transformace)

$$\exists \varphi, T, T^{-1}, x(t) = T[z(t)]; u(t) = \varphi[v(t), x(t)]. \quad (9)$$



Obr. 1. Blokové schéma systému s otevřenou smyčkou (bez stavové nebo výstupní zpětné vazby) se vstupem $v(t)$, výstupem $y(t)$, stavem $x(t)$, počátečními podmínkami $x_0(t)$ and maticemi A, B, C .

Nechť je dána třída ekvivalentních reprezentací systémů (viz blokové schéma dle **obr. 1**) popsaná vztahy (10) - (12) a strukturou dle **obr. 2** [11]



Obr. 2. Blokové schéma systému pro zobecněný Tellegenův teorém (α_i mohou být funkcemi stavových proměnných x_i nebo času).

$$\frac{dx(t)}{dt} = A \cdot x(t) + B \cdot v(t); y(t) = C \cdot x(t), \quad (10)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_{11} & \alpha_2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\alpha_2 & \alpha_{22} & \alpha_3 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_3 & \alpha_{33} & \alpha_4 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\alpha_{n-1} & \alpha_{n-1-n-1} & \alpha_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\alpha_n & \alpha_{nn} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

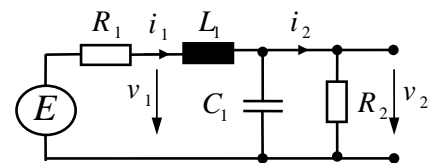
$$B = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_n]^T; C = [\gamma_1 \ \gamma_2 \ \dots \ \gamma_n] \quad (12)$$

Pro systém popsaný rovnicemi (10) - (12) a strukturou dle **obr. 2** je zobecněný Tellegenův teorém dán skalárním součinem

$$\left\langle x^T(t), \frac{dx(t)}{dt} \right\rangle = 0. \quad (13)$$

3 Lineární systém

V této části je uveden příklad lineárního systému 2. řádu, který je realizován RLC obvodem dle **obr. 3**.



Obr. 3. Schéma RLC obvodu, lineárního systému 2. řádu.

Obvod dle **obr. 3** lze popsat rovnicemi

$$\begin{aligned} R_1 i_1 + L \frac{di_1}{dt} + v_2 &= E \\ C \frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2}{R_2} &= i_1 \end{aligned} \quad (14)$$

Po úpravě (14) jsou rovnice ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_2}{dt} \\ \frac{di_1}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_2 C} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R_1}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_2 \\ i_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} \cdot E, \quad (15)$$

případně diferenciální rovnice 2. řádu

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \left(\frac{R_1}{L} + \frac{1}{CR_2} \right) \frac{di_1}{dt} + \left(\frac{1}{LC} + \frac{R_1}{LCR_2} \right) i_1 \\ = \frac{1}{L} \frac{dE}{dt} + \frac{E}{LCR_2} \end{aligned} \quad (16)$$

Tellegenův vztah pro výkon je

$$E \cdot i_1 - (v_{R1} i_1 + v_L i_L + v_C i_C + v_{R2} i_{R2}) = 0 \quad (17)$$

a po úpravě

$$E \cdot i_1 - \left(R_1 i_1^2 + L i_1 \frac{di_1}{dt} + C v_C \frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C^2}{R_2} \right) = 0. \quad (18)$$

Ze vztahu (18) lze odvodit také rovnici pro výpočet energie

$$\int_0^t E i_1 dt - \left(\int_0^t R_1 i_1^2 dt + \frac{1}{2} L i_1^2 + \frac{1}{2} C v_c^2 + \int_0^t \frac{v_c^2}{R_2} dt \right) = 0. \quad (19)$$

V obvodu dle **obr. 3** jsou zvoleny následující parametry součástek: $R_1 = 0,5 \Omega$; $L = 2,5 \text{ H}$; $C = 0,1 \text{ F}$; $R_2 = 20 \Omega$. Vztah (15) potom je

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_2}{dt} \\ \frac{di_1}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,5 & 10 \\ -0,4 & -0,2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_2 \\ i_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,4 \end{bmatrix} \cdot E. \quad (20)$$

Nyní je nutné provést stavovou transformaci systému dle (15) na tvar systému dle **obr. 2**, popsány vztahy (10) - (13). Výsledkem jsou vztahy (21) a (22):

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_2 C} & \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ -\frac{1}{\sqrt{LC}} & -\frac{R_1}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{bmatrix} \cdot v, \quad (21)$$

$$\alpha_{11} = \frac{1}{R_2 C}; \alpha_{22} = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \alpha_{21} = -\frac{R_1}{L}; \beta_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \gamma_1 = 1. \quad (22)$$

Ze vztahů (13) a (22) lze odvodit zobecněnou Tellegenovu rovnici

$$\left\langle x^T(t), \frac{dx(t)}{dt} \right\rangle = \underbrace{-\alpha_{11} x_1^2(t) - \alpha_{22} x_2^2(t)}_{P_D} + \underbrace{\beta_2 x_2(t) v_2(t)}_{P_I}, \quad (23)$$

$$= P_D(t) + P_I(t) = 0$$

kde P_D je disipovaný výkon (vyzářený jako tepelná energie na rezistorech R_1 a R_2) a P_I je vstupní výkon. Důkaz je proveden pomocí vztahů (24) až (26). Vztah (24) popisuje závislost mezi stavovými proměnnými a skutečnými parametry, napětími a proudy v obvodu dle **obr. 3**. Vztahy (25) a (26) vyjadřují vstupní, respektive výstupní výkon vyjádřený pomocí stavových proměnných a obvodovými veličinami.

$$x_1(t) = v_c(t) \sqrt{C}; \quad x_2(t) = i_1(t) \sqrt{L}; \quad v_2(t) = E \sqrt{C}, \quad (24)$$

$$P_I(t) = \beta_2 x_2(t) v(t) = \frac{1}{\sqrt{LC}} i_1(t) \sqrt{L} \cdot E(t) \sqrt{C} = E(t) \cdot i_1(t), \quad (25)$$

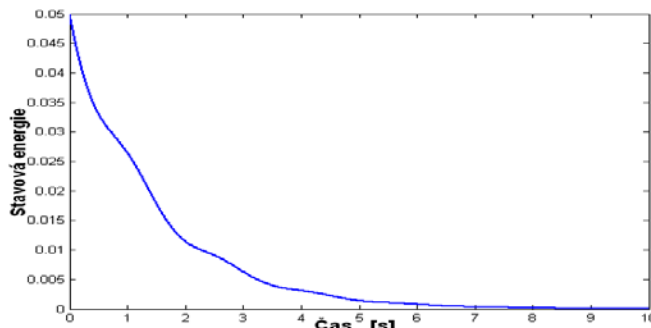
$$P_D(t) = -\alpha_{11} x_1^2 - \alpha_{22} x_2^2 = -\frac{1}{R_2 C} (v_c \sqrt{C})^2 - \frac{R_1}{L} (i_1 \sqrt{L})^2 = -\frac{v_c^2}{R_2} - R_1 \cdot i_1^2. \quad (26)$$

Zobecněný Tellegenův princip popsáný vztahem (13) lze použít i pro systém, který obsahuje pouze počáteční podmínky (systém má pouze počáteční energii, tj. $E = 0$) a také platí pro nelineární systémy. Systém může být popsán výkonovou funkcí nebo energií. Důležité je, že stavová energie V může být odvozena z výkonu vztahem

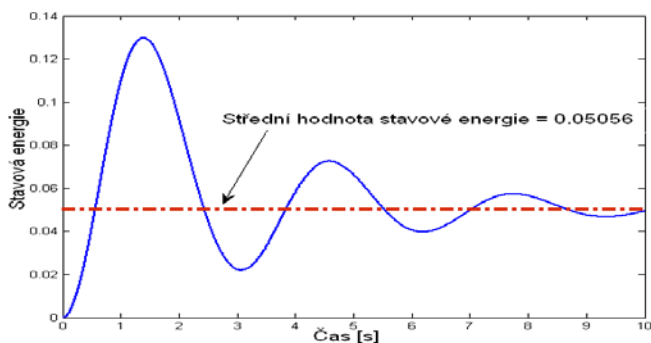
$$V = \frac{1}{2} \int_0^t \langle x^T, \dot{x} \rangle dt = \frac{1}{2} \int_0^t (x_1 \dot{x}_1 + \dots + x_n \dot{x}_n) dt = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2. \quad (27)$$

Vztah pro stavovou energii (27) lze použít též jako Ljapunovovu funkci pro ověření stability systému. Časový průběh energie v RLC obvodu dle **obr. 2** a časový průběh

stavové energie v abstraktním systému popsáném vztahem (21) je na **obr. 4**, kde jsou odezvy obou systémů na počáteční podmínky. Na **obr. 5** jsou pak odezvy na vstupní signál ve tvaru jednotkového skoku (počáteční podmínky jsou nulové). Protože časové průběhy energií obou systémů jsou totožné, je v **obr. 4 a 5** zobrazena vždy pouze jedna křivka.



Obr. 4. Časový průběh energie v RLC obvodu dle **obr. 2** a časový průběh stavové energie v abstraktním systému popsáném vztahem (21) jako odezva obou systémů na počáteční podmínku $v_c(0) = 1$ v RLC obvodu a počáteční podmínku $x(0) = [x_1(0) \ x_2(0)] = [1 \ 0]^T$ v abstraktním systému. Oba průběhy jsou totožné, takže se zobrazují jako jeden.



Obr. 5. Časový průběh energie v RLC obvodu dle **obr. 2** a časový průběh stavové energie v abstraktním systému popsáném vztahem (21) jako odezva obou systémů na jednotkový skok. Počáteční podmínky jsou nulové. Energie v induktoru + energie v kapacitoru pro $t \rightarrow \infty$ je $E_C + E_L = 0,05056 \text{ J}$. Oba průběhy jsou totožné, takže se zobrazují jako jeden.

4 Nelineární systém

V této části je příklad použití zobecněného Tellegenova principu u nelineárního systému. Systém je popsán stavovými rovnicemi (28) a blokovým schématem dle **obr. 6**.

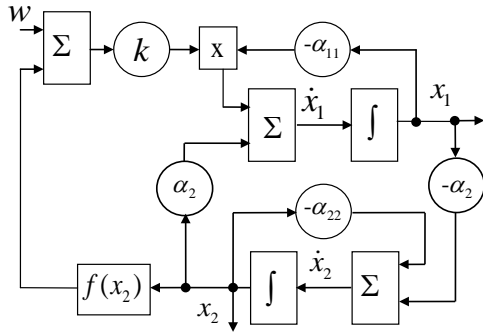
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= k \alpha_{11} (w - f(x_2)) x_1 + \alpha_{22} x_2, \\ \dot{x}_2 &= -\alpha_{21} x_1 - \alpha_{22} x_2 \end{aligned}, \quad (28)$$

kde požadovaná hodnota je označena jako w a k je zesílení. V příkladu byly použity dva typy nelineární funkce $f(x_2)$:

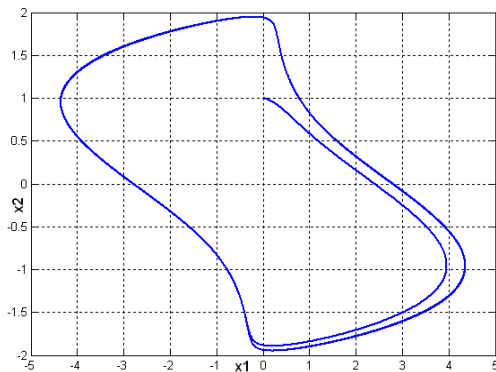
1. $f(x_2) = (x_2)^2$
2. $f(x_2) = \text{abs}(x_2)$

Ostatní parametry byly pro obě funkce stejné: $\alpha_{11} = 0,5$; $\alpha_{22} = 2$; $\alpha_{21} = 0,2$; $w = 1$; $k = 10$; počáteční podmínky $x_1(0) = 0$; $x_2(0) = 1$. Funkci systému dle (28) lze jednoduše popsat tak, že člen $k \alpha_{11} (w - f(x_2))$ řídí disipaci/antidisipaci. Pokud je hodnota $f(x_2) > w$, je systém disipativní (energie systému klesá), naopak pro $f(x_2) < w$ je systém antidisipativní (energie systému roste). Tato jednoduchá regulace udržuje v systému

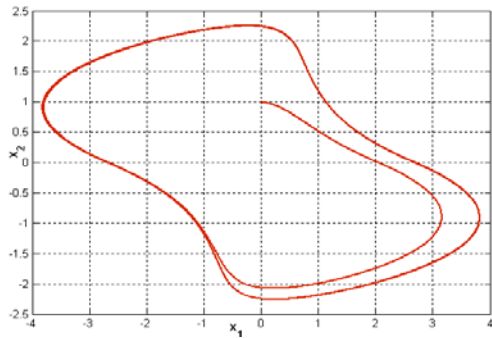
periodické kmity. Výsledky simulací jsou na **obr. 7** až **10**, elektronická verze systému na **obr. 11**.



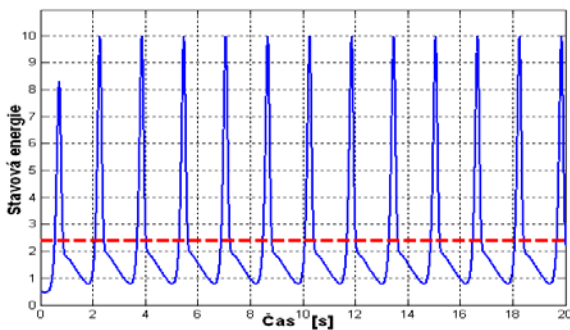
Obr. 6. Blokové schéma nelineárního systému 2. řádu s nelineární funkcí $f(x_2)$, $\alpha_{11} = 0,5$; $\alpha_2 = 2$; $\alpha_{22} = 0,2$; $w = 1$; $k = 10$; počáteční podmínky $x_1(0) = 0$; $x_2(0) = 1$.



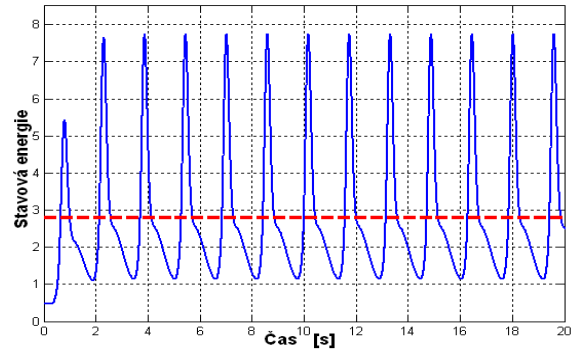
Obr. 7. Průběh stavových proměnných x_1 a x_2 ve fázové rovině pro nelineární systém s nelinearitou typu $f(x_2) = (x_2)^2$.



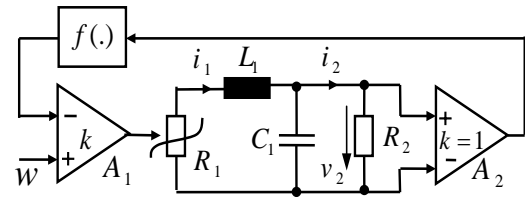
Obr. 8. Průběh stavových proměnných x_1 a x_2 ve fázové rovině pro nelineární systém s nelinearitou typu $f(x_2) = \text{abs}(x_2)$.



Obr. 9. Časový průběh stavové energie pro nelineární systém s nelinearitou: $f(x_2) = (x_2)^2$. Střední hodnota stavové energie je 2,37 J.



Obr. 10. Časový průběh stavové energie pro nelineární systém s nelinearitou: $f(x_2) = \text{abs}(x_2)$. Střední hodnota stavové energie je 2,79 J.



Obr. 11. Elektronická verze nelineárního systému dle **obr. 6**. A_1 , A_2 jsou rozdílové zesilovače, R_1 je rezistor, u něhož lze řídit kladnou/zápornou rezistanci.

Jak již bylo uvedeno, stavová energie dle (27) může být použita jako Ljapunovova funkce pro určení stability, tj. platí

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2. \quad (29)$$

Derivováním (29) vychází

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x_1 \cdot \dot{x}_1 + x_2 \cdot \dot{x}_2 = \\ &= x_1 [k\alpha_{11}(w - f(x_2))x_1 + \alpha_2 x_2] + \\ &= x_2 (-\alpha_2 x_1 - \alpha_{22} x_2) = k\alpha_{11} \underbrace{(w - f(x_2))}_{S} x_1^2 - \alpha_{22} x_2^2 \end{aligned} \quad (30)$$

Pro stabilní systém platí, že $\dot{V} < 0$ (pro $\dot{V} = 0$ je systém konzervativní a nevydává ani nepřijímá energii). Z výsledku (30) je zřejmé, že o stabilitě rozhoduje hodnota členu S , ale též parametry k , α_{11} a α_{22} (kde $k > 0$, $\alpha_{11} > 0$; $\alpha_{22} > 0$). Pokud je $S < 0$, je systém disipativní. Systém je antidisipativní v případě, že platí

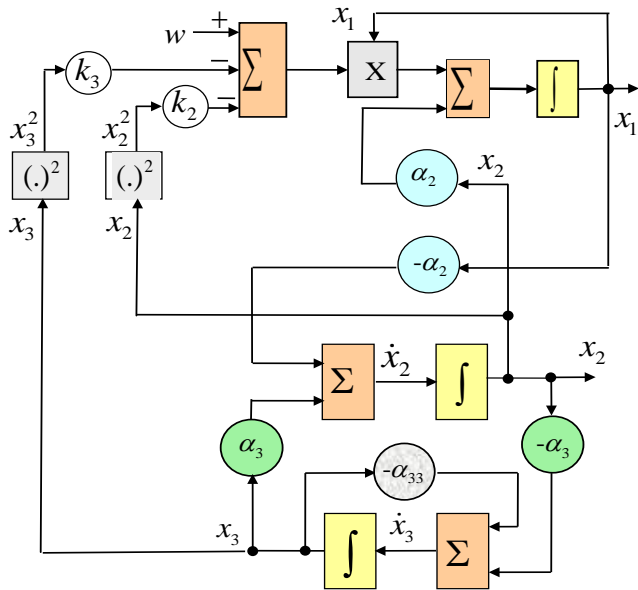
$$k\alpha_{11}(w - f(x_2))x_1^2 > \alpha_{22}x_2^2, \quad (31)$$

protože disipace se musí kompenzovat členem $\alpha_{22}x_2^2$.

5 Řízený chaotický systém

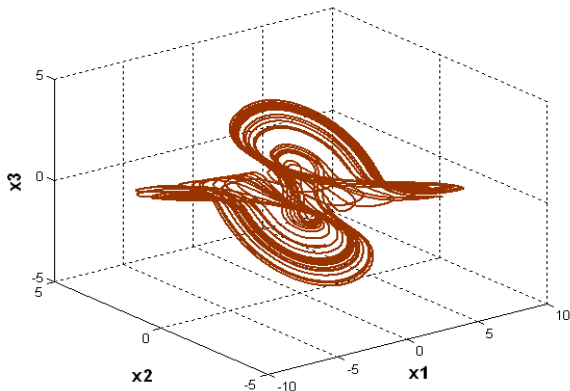
Aby u systému nastalo chaotické chování, musí být systém minimálně třetího řádu a musí obsahovat nelinearitu. Pak při určitém vhodném nastavení parametrů může nastat chaotické chování. Zde je jako příklad zvolen chaotický systém popsán stavovými rovnicemi (32) a blokovým schématem dle **obr. 12**. Je nutno poznamenat, že chaotické/nechaotické chování lze řídit především volbou parametrů k_1 a k_2 , ale také pomocí α_2 , α_3 a α_{33} . Výsledky simulací jsou na **obr. 13** až **17**.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (w - k_2 x_2^2 - k_3 x_3^2) x_1 - \alpha_2 x_2 \\ \dot{x}_2 &= \alpha_2 x_1 - \alpha_3 x_3 \\ \dot{x}_3 &= \alpha_3 x_2 - \alpha_{33} x_3 \end{aligned} \quad (32)$$

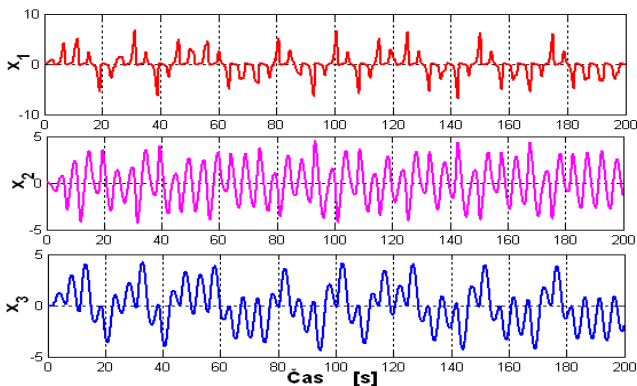


Obr. 12. Blokové schéma chaotického systému.

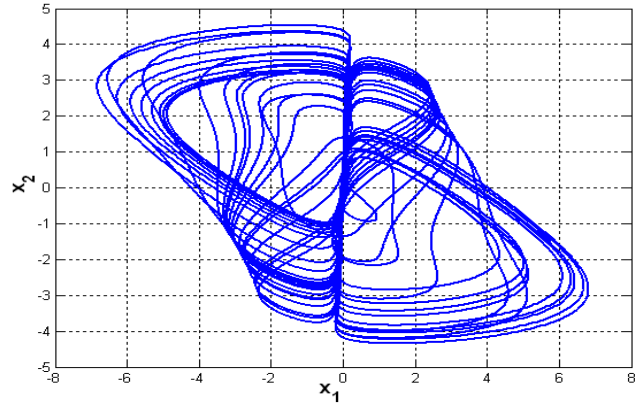
Hodnoty parametrů systému pro následující simulace jsou $w = 1,6$; $\alpha_2 = 1$; $\alpha_3 = 0,89$; $\alpha_{33} = 0,1$; $k_2 = 0,1$; $k_3 = 3$; počáteční podmínky $[0 \ 0,1 \ 0]^T$.



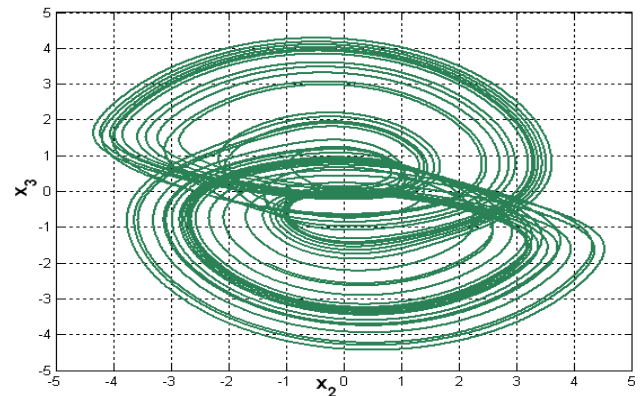
Obr. 13. Průběh stavových proměnných x_1 , x_2 a x_3 chaotického systému ve fázovém prostoru.



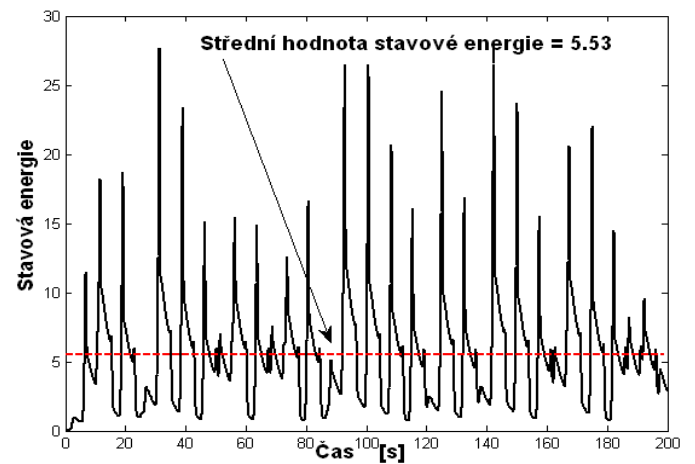
Obr. 14. Časové průběhy stavových proměnných.



Obr. 15. Průběh stavových proměnných x_1 a x_2 chaotického systému ve fázové rovině.



Obr. 16. Průběh stavových proměnných x_2 a x_3 chaotického systému ve fázové rovině.

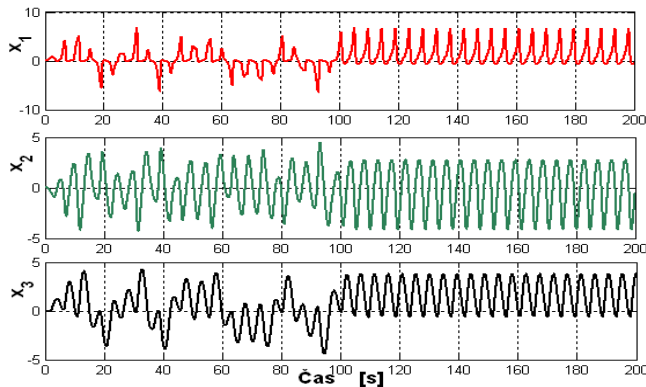


Obr. 17. Časový průběh stavové energie chaotického systému.

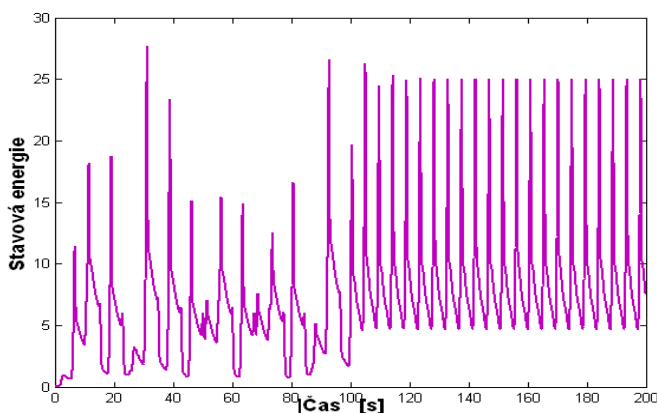
Ljapunovova funkce pro chaotický systém je opět dána vztahem (29). Po derivaci a úpravě vyjde

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x_1 \cdot \dot{x}_1 + x_2 \cdot \dot{x}_2 + x_3 \cdot \dot{x}_3 = \\ & x_1^2 (w - k_2 x_2^2 - k_3 x_3^2) - \alpha_{33} x_3^2 \end{aligned} \quad (33)$$

Opět platí, že pokud je w větší než disipační členy, je systém antidisipativní a naopak. Chování chaotického systému lze ovlivňovat změnou všech parametrů w ; α_2 ; α_3 ; α_{33} ; k_2 ; k_3 a počátečních podmínek. Dále je uveden přechod z chaotického do nechaotického chování změnou hodnot k_2 a k_3 .



Obr. 18. Časový průběh stavových proměnných. Příklad přepnutí systému z chaotického režimu do nechaotického v čase $t > 100$ s. Parametry k_2 a k_3 jsou změněny na hodnotu 0,3. Systém je nechaotický pro $t > 100$ s.



Obr. 19. Časový průběh stavové energie v případě chaotického (pro $t \leq 100$ s) a nechaotického chování systému (pro $t > 100$ s).

Na obr. 18 a 19 je příklad přepnutí systému z chaotického režimu do nechaotického režimu změnou hodnoty parametrů k_2 a k_3 , které jsou v čase $t > 100$ s nastaveny na hodnotu 0,3. To se projeví změnou původně neperiodických průběhů stavových proměnných i průběhu stavové energie na periodické průběhy. Systém pak již není chaotický.

6 Závěr

V tomto článku bylo uvedeno zobecnění Tellegenova teorému na systémy popsané stavovými rovnicemi v určitém tvaru. Výhodou je, že uvedený přístup lze použít pro lineární, nelineární i chaotické systémy. Byl zaveden pojem stavové energie, z jejíhož časového průběhu lze do jisté míry usoudit na typ systému. U nelineárních systémů je průběh stavové energie periodický, u chaotických obvodů neperiodický, tedy neperiodické střídání antidisipativity a disipativity. Stavovou energii lze také použít pro stanovení Ljapunovy funkce a pro určení stability. Byly uvedeny příklady na lineární, nelineární a chaotický obvod včetně přepnutí chaotického režimu na nechaotický.

Poděkování

Tento příspěvek vznikl s podporou Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR v rámci projektu RICE – Nové technologie a koncepce pro inteligentní systémy, číslo projektu LO1607, projektem SGS-2015-002 a GA15-22712S.

Literatura

- [1] Willems, J. C. Paradigms and puzzles in the theory of dynamical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1991, vol. 36, no. 3, pp. 259 - 294.
- [2] Khalil, H. K. *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, 1996.
- [3] Mayer, D., Hrusak, J. On correctness and asymptotic stability in causal system theory, In: *Proc. 7th World Multiconf. Systemics, Cybernetics and Informatics*, Vol. XIII, Orlando, USA, 2003, pp. 355 - 360.
- [4] Kalman, R. E. Mathematical description of linear dynamical systems, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Series A Control*, 1963, vol. 1, no. 2, pp. 152 - 192.
- [5] MacFarlane, A. G. J. *Dynamical system models*. George G. Harrap & Co. Ltd., London, Toronto, Great Britain, 1970, pp. 363-382.
- [6] Bostan, A., Lecerf, G., Schost, E. Tellegen's Principle Into Practice. In: *Proceedings of the 2003 international symposium on Symbolic and algebraic computation, ISSAC'03*, 2003, August 3 - 6, Philadelphia, USA, pp. 37 - 44.
- [7] Mayer, D. The state variable method of electrical network analysis, *ACTA TECHNICA CSAV*, 1970, vol. 15, no. 6, pp. 761 - 789.
- [8] Ramachandran, R. P., Ramachandran, V. Tellegen's Theorem Applied to Mechanical, Fluid and Thermal Systems. In: *Proceedings of the 2001 American Society for Engineering Education Annual Conference & Exposition*, 2001.
- [9] Hrusak, J., Mayer, D., Štork, M. On System Structure Reconstruction Problem And Tellegen-Like Relation. In: *Proc. of 8th World Multiconf. ,SCI, 2004, Vol. VIII, Florida, USA*, pp. 373 - 378.
- [10] Hrusak, J., Mayer, D., Štork, M. New approach to non-linear instability and chaos based on generalized Tellegen's principle. In: *WMSCI 2006. Orlando, Florida, International Institute of Informatics and Systemics*, pp. 199 - 206, ISBN: 980-6560-67-1.
- [11] Hrusak, J., Štork, M., Mayer, D. Generalized Tellegen's Principle and state space energy based causal systems description. In: *Advances in Energy Research: Distributed Generations Systems Integrating Renewable Energy Resources, Part I, Basic theory and advanced approaches*, Chapter 4th, NOVA Science Publ., USA, 2011, pp. 95 - 139.